

बीजगणित (Algebra)

चिह्न या संकेत - $+$, \times , $-$, \div

→ बीजगणित में 'x' चिह्न अक्सर नहीं लिखा जाता है। यदि ऐसा नहीं करते तो यह वहाँ पर पूर्ण संख्या के रूप में प्रयोग होगा।

उदाहरण - $a \times b$ को ab या ba लिख सकते हैं।

नीचे कुछ संकेत दिये गये हैं।

$=$ संकेत → बराबर के लिए लिखा जाता है,

\therefore संकेत → 'इसलिए' के लिए

\because संकेत → 'चूँकि' के लिए

$>$ संकेत → बड़ा के लिए

$<$ संकेत → छोटा के लिए

\neq संकेत → बराबर नहीं है

\sim संकेत → अन्तर के लिए

साधारण समीकरण — वह संकेत जिसमें दो राशियों बराबर हो समीकरण कहलाते हैं।

उदाहरण — $7x + 3 = 2x + 18$ एक समीकरण है।

इस समीकरण में x एक चर राशि तथा $7x$ का गुणक है। 3 तथा 18 एक अचर राशि है।

नोट — साधारण समीकरण में अज्ञात राशि (x) का मान ज्ञात करते हैं।

उदा ① यदि $a = 5$, $b = 7$ तो $5a - 2b$ का मान ज्ञात करो।

हल — $5a - 2b = 5 \times 5 - 2 \times 7$
 $= 25 - 14 = 11$ Ans

उदा ② $\frac{14a + 8b}{3bc}$; यदि $a = 0$, $b = \frac{7}{2}$ और $c = 14$

हल — $\frac{14a + 8b}{3bc} = \frac{14 \times 0 + 8 \times \frac{7}{2}}{3 \times \frac{7}{2} \times 14}$
 $= \frac{0 + 28}{21 \times 7} = \frac{28}{147} = \frac{4}{21}$ Ans

जोड़ना -

उदा० $2xy + 6xy + 7yx$ का जोड़ जात करो।

हल - $2xy + 6xy + 7yx$
 $= xy(2 + 6 + 7) = 15xy$

उदा२ यदि $2a, +3b, -5c, 3a, -4b + 2c$ और $a + 6b + 5c$ जोड़ो।

हल - $2a + 3b + (-5c) + 3a + (-4b + 2c)$
 $+ a + 6b + 5c$
 $= 2a + 3b - 5c + 3a - 4b + 2c +$
 $a + 6b + 5c$
 $= 2a + 3a + a + 3b - 4b + 6b - 5c + 2c + 5c$
 $= 6a + 5b + 2c$ Ans.

स्थानान्तरण - किसी समीकरण में किसी शब्द को समीकरण के एक तरफ से दूसरी तरफ स्थानान्तरित उसके चिह्न बदल कर किया जाता है।

नोट - $\{ + \text{ से } -, - \text{ से } +, \div \text{ से } \times \text{ और } \times \text{ से } \div \}$
 जब समीकरण को हल किया जाता है तो सब अज्ञात शब्दों को समीकरण के एक तरफ तथा बाकी को दूसरी तरफ रखते हैं।

उदाहरण - $6x + 13 = 9x + 15 - 5x$

हल - x वाले को बायीं तरफ तथा बाकी को दहिनी तरफ स्थानांतरण करने पर -

$$\therefore 6x + 5x - 9x = 15 - 13$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

उदा - $5(x-2) = 4(x-3)$ हल करे -

हल - कोष्ठक वाले समीकरण में पहले कोष्ठक हटाते हैं।

$$5x - 10 = 4x - 12$$

$$5x - 4x = -12 + 10$$

{ साधारण समीकरण से

$$\boxed{x = -2}$$

उदा - $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 2\frac{1}{2}$ हल करे। भिन्नो के समीकरण

हल - यदि समीकरण में भिन्न हैं तो हम उनको समीकरण के अंश के L.C.M से गुणा करके हल कर सकते हैं।

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{5}{2}$$

$$4, 6, 2 \text{ का L.C.M} = 12$$

दोनों तरफ 12 से गुणा करने पर

$$3 + 2 \times \frac{x}{4} + 12 \times \frac{x}{6} = 12 \times \frac{5}{2}$$

$$3x + 2x = 30$$

$$5x = 30 ; x = \frac{30}{5} = 6$$

दशमलव के समीकरण -

* $0.03x - 0.02 = 0.02x - 0.06$ हल करें।

हल स्थानांतरण

$$0.03x - 0.02x = -0.06 + 0.02$$

$$0.01x = -0.04$$

$$x = \frac{-0.04}{0.01} = -4$$

$$\boxed{x = -4}$$

युगपत समीकरण —

युगपत समीकरण को हल करने के लिए एक अज्ञात राशि का लुप्तकरण करते हैं। ऐसा करने से प्राप्त समीकरण सरल समीकरण में बदल जाता है।

समीकरण से एक अज्ञात राशि को लुप्त करने के लिए निम्न चद याद रखना चाहिए।

- (1) दोनों समीकरणों को जोड़ने पर अज्ञात राशि समाप्त हो सकती है।
- (2) ऐसा न होने पर घटाना चाहिए।
- (3) यदि ऐसा संगत न हो तो समीकरणों को सुविधानुसार किसी संख्या से गुणा या भाग करने के पश्चात जोड़ना या घटाना चाहिए।

उदा- $2x + y = 17$ — (1)

$3x + 2y = 8$ — (2)

हल - समी० (1) में 3 से तथा समी० (2) में 2 से गुणा करने पर

$6x + 3y = 51$ — (3)

$6x + 4y = 16$ — (4)

समी० (3) - समी० (4)

$6x + 3y = 51$ — (3)

$6x + 4y = 16$ — (4)

$$\underline{\quad \quad \quad} - \underline{\quad \quad \quad} = \underline{\quad \quad \quad} \Rightarrow \boxed{y = -35}$$

y का मान सभी 0 में रखने पर

$$2x + (-35) = 17$$

$$2x - 35 = 17$$

$$2x = 17 + 35$$

$$2x = 52$$

$$x = \frac{52}{2} = 26 \Rightarrow \boxed{x = 26}$$

बीजगणितीय सूत्र -

$$1 - (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2 - (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3 - (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$4 - (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$5 - (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$6 - (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$7 - (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$8 - a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$9 - a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$10 - (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$11 - (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

—————XX—————